cette force doit produire pendant une seconde dans la quantité de mouvement du système une diminution égale — cette diminution est $\frac{s\,v\,\Delta_0}{g}u$, nous aurons donc l'Equation $p - p_0 = \frac{\Delta_0\, u\, v}{g}$, la condition que le poids de la masse gazeuse comprise entre les deux sections reste la même se traduit par l'Equation $\Delta_0 v = \Delta(v-u)$, d'où l'on déduit pour la vitesse de propagation de la partie postérieure de l'onde, une valeur égale à celle que nous avons trouvée pour la partie antérieure, la forme de l'ensemble de l'onde reste donc la même dans tout son parcours.

Passons de ce cas général où l'onde a des dimensions finies aux ondes sonores pour lesquelles on admet que les variations de pression sont très petites alors $\frac{\Delta}{\Delta_0}$ devient egal a 1 et $\frac{p-p_0}{\Delta-\Delta_0} = \frac{dp}{d\Delta}$, la vitesse de propagation se réduit alors à $\sqrt{g\frac{dp}{d\Delta}}$.

DSI

1)

Vitesse des ondes

Une onde aérienne se propage dans un espace prismatique sans se déformer, soit p_0 la pression des parties de l'air primitivement en repos; au moment où celles-ci sont atteintes par l'onde, elles prennent un mouvement qui s'accélère dans le sens où elle se propage, la pression s'accroit en même temps et atteint un maximum p pendant que la vitesse acquiert une valeur maxima que je nomme u; nous admettons que la constance de la pression et de la vitesse maxima se maintient pendant un instant fini qui peut être aussi petit que l'on veut. au bout d'un certain temps la vitesse ou la pression maxima diminuent graduellement pour se réduire la première à zéro la seconde à la pression primitive p_0. Quelle est la vitesse v de propagation de l'onde?

J'imagine une section s dans la partie du prisme occupé par l'onde où la vitesse et la pression sont constantes à la fois et ont atteint leur maximum. cette section se meut avec les particules gazeuses qu'elle renferme, leur pression est p, supérieure à la pression p_0 qui

subsiste dans la partie de la masse antérieure non encore atteinte par l'onde. En vertu des principes primordiaux du mouvement, la différence $S(p-p_0)$ doit être égale à ce dont s'accroît dans l'unité de temps la somme des quantités de mouvement que possède la masse fluide comprise entre la section S et une autre section égale, placée à une distance quelconque de la première dans la partie antérieure du fluide non atteinte encore par l'onde. Si on suppose que celui-ci se propage exactement dans les mêmes conditions et sans qu'il n'y ait rien de changé que la place qu'elle occupe, il est aisé de voir que la quantité de mouvement du système s'accroît de la masse d'un prisme ayant pour base la section du tube et pour hauteur la vitesse v de propagation, multipliée par la vitesse maxima u des particules qui avoisinent la section S. on aura donc $p-p_0 = \frac{\Delta_0 v}{g} u$. De plus la partie du gaz animée de la vitesse u s'accroît dans l'unité de temps d'un poids égal à $S\Delta(v-u)$, tandis que par suite de la vitesse v de propagation la partie antérieure en repos diminue d'un poids égal à $S\Delta_0 v$, et comme le poids du système reste constant, on doit avoir $\Delta(v-u) = \Delta_0 v$.

On tire de ces deux équations

$$v = \sqrt{g \frac{\Delta}{\Delta_0} \frac{p-p_0}{\Delta-\Delta_0}} \quad \text{et} \quad u = \sqrt{g(p-p_0)\left(\frac{\Delta}{\Delta_0}-1\right)}$$

Voyons maintenant ce qui se passe dans la partie du tube comprise entre la section S qui correspond à la région où l'onde acoustique a atteint son maximum de densité et la partie postérieure déjà abandonnée par l'onde et qui est rentrée à l'état de repos. La première est animée de la vitesse u; la portion du gaz comprise entre elle et une section quelconque prise dans la partie postérieure déjà rentrée à l'état de repos est soumise à une force dirigée dans le sens opposé à celui de l'onde, égale à $S(p-p_0)$

la partie la plus élevée de l'intumescence, et h' la profondeur du canal.

— Clapeyron —

DSI

Les variations de pression ou de densité se produisant dans un temps très court, Laplace a remarqué qu'elles devaient être accompagnées ~~d'un accroissement~~ de variations de température, la chaleur dégagée par la compression du gaz n'ayant pas le temps de se dissiper par voie de rayonnement ou autrement. $\frac{dp}{d\Delta}$ devait donc avoir une valeur plus forte que celle qui ~~serait~~ résulterait de la loi de mariotte qui serait $\frac{p}{\Delta}$.

La valeur de $\frac{dp}{d\Delta}$ qui résulte de cette considération peut être déterminée de la manière suivante.

Soient p v et t, la pression le volume et la température d'un gaz, en cherchons d'abord la quantité de chaleur qu'il faut lui communiquer pour le faire passer à la pression p+dp sous le volume v+dv en a la température qui en est la conséquence. Commençons par accroître la pression sans changer le volume, comme on a l'Equation

$pv = A(1+\alpha t)$, l'accroissement de température devra être $\frac{v\,dp}{A\alpha}$ en il faudra pour cela fournir une quantité de chaleur égale à $q\frac{v\,dp}{A\alpha}$, q étant le calorique spécifique a volume constant. Cela fait on augmentera le volume de dv, la pression restant constante, il faudra pour cela accroître la température de $\frac{p\,dv}{A\alpha}$ en fournir une quantité de chaleur egale à $q'\frac{p\,dv}{A\alpha}$, q' etant le calorique specifique a pression constante. la somme de ces deux quantités représentera donc la quantité de chaleur necessaire pour passer du volume v en de la pression p au volume $v+dv$ en a la pression $p+dp$. elle sera $\frac{1}{A\alpha}(q\,p\,dv + q'v\,dp)$, Si donc on comprime un gaz d'~~un~~ ~~gramme~~ sans qu'il y ait addition ni soustraction de chaleur on aura $q\,p\,dv + q'v\,dp = 0$

Si en remplaçant dans cette formule le volume v par sa valeur exprimée au moyen de sa densité on aura $v\Delta =$ constante d'ou $dv = -\frac{c\,d\Delta}{\Delta^2}$ en $v = \frac{c}{\Delta}$ qui substituée dans l'Equation precedente donnent $-q\,p\,d\Delta + q'\Delta\,dp = 0$, en $\frac{dp}{d\Delta} = \frac{p}{\Delta}\frac{q}{q'}$ cette valeur de $\frac{dp}{d\Delta}$ substituée dans l'Equation $V = \sqrt{g\frac{dp}{d\Delta}}$ donne enfin $V = \sqrt{g\,\frac{p}{\Delta}\,\frac{q}{q'}}$ qui est la formule de Laplace.

On demontre d'une maniere analogue qu'une grande vague liquide se propage dans un canal dont elle agite uniformement toute la profondeur avec la vitesse $\sqrt{g\,\frac{h+h'}{2}\,\frac{h}{h'}}$; dans cette formule h est la hauteur au dessus du fond du canal des

AUTOGRAPHE

de

Clapeyron

Benoit Pierre Émile

OBSERVATIONS

M.a. 7 p.8°, o.O.u.D., aus dem Nachlass Sénarmont. Wissenschaftliche Abhandlung über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, mit dem Titel „ Vitesse des ondes " und weist unter Anderem nach, dass die Formel von Laplace

$v = \sqrt{g \frac{p \cdot \omega}{\Delta \cdot \omega}}$ ein Spezialfall

seiner allgemeineren Formel ist.

C l a p e y r o n Benoit Pierre

Émile.Prof.de Mach.in Paris. Prof.an d.École des Ponts-et-Chaussées, Ingenieur-en-Chef-des mines in Paris,früher einige Jahre Oberst im Corps der Wegebaumeister zu St.Petersbourg.

Geb.1799, Jan.26 Paris
gest.1866,Jan.28

Mém.sur la puissance motrice de la challeur /Journ.de l'école polytechn.No.23,1834/.- Mit Lamé.Sur l'equilibre intérieur des corps solides homogénes /Mém.Sav.étr.IV.1833/.- Mit demselb.Sur la solidification par refroidissement d'un globe liquide /Ann.chim.& phys.XLVII, 1831/.- Sur une nouv.machine soufflante /Ann.min.VII.1822/.- Sur le ciment russe /Ib.VIII, 1823/.- Sur les bateaux a vapeur /Ib.V,1820/.- Sur les engrenages /Ib.id./.- Sur un théoréme de mecanique /Ib.2-me Ser.III. 1828/.- Sur le réglement d.tiroirs dans lesmachines á vapeur

AUTOGRAPHE

de

Clapeyron

Bénoit Pierre Émile

OBSERVATIONS

/Compt.rent.XIV.1842 & XVII,1843/.
Mit Lamé. Nouv.Formules analogues aux séries de Taylor & Maclaurin /Crelle's Journ.f.Math.VI;1830/.-

Paris,C.R. Calcul d'un poutre élast.réposant librement s.d.appuis.inégal espacées,4p./45,1857/.
Travail de forces&xkx élast.dans un corps solide élast.déformé par d.forces exter.,4p./46,1858/.-
Nouv.déterm.de l'horoptre, 1/2 p. /47,id./.-

DSI